

# การสอบเทียบกล้องแบบทั่วไปโดยใช้ค่าความผิดพลาดในปริภูมิของวัตถุ

## A generic camera calibration method using object space error

ปานุ เศรษฐเสถียร และ นรุตม์ สุนทรานนท์

PanuSrestasathiern and NarutSoontranon

สำนักงานพัฒนาเทคโนโลยีอวกาศและภูมิสารสนเทศ (องค์การมหาชน)

120 ศูนย์ราชการเฉลิมพระเกียรติฯ (อาคาร B) ถ. แจ้งวัฒนะ หลักสี่ กรุงเทพฯ 10210

โทรศัพท์ 02-141-4603 โทรสาร 02-143-9595 e-mail: panu@gistda.or.th

### บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอวิธีการในการสอบเทียบ (calibration) กล้องแบบทั่วไปซึ่งไม่จำกัดชนิดของกล้องที่เป็นแบบ single view point โดยข้อมูลที่ใช้ในการสอบเทียบคือภาพถ่ายของระนาบสอบเทียบ (calibration plane) ที่ถ่ายจากหลายมุมมอง โดยค่าความผิดพลาดจากการประมาณ (estimation error) เป็นแบบความผิดพลาดในปริภูมิของวัตถุ (object space error) ข้อดีของการใช้ความผิดพลาดในปริภูมิของวัตถุคือมีความหมายในเชิงกายภาพมากกว่าการใช้ความผิดพลาดที่นิยามบนระนาบของภาพ โดยเฉพาะอย่างยิ่งภาพที่ได้จากเลนส์ที่มีความโค้งมากเช่น เลนส์ตาปลา ประสิทธิภาพของวิธีการที่นำเสนอถูกประเมินโดยใช้ข้อมูลได้จากการจำลอง (simulated data) และ ข้อมูลจากกล้องจริง โดยข้อมูลที่ได้จากการจำลองจะนำมาทดสอบประสิทธิภาพเทียบกับระดับของสัญญาณรบกวนบนภาพซึ่งจากผลการทดลองพบว่าค่าความผิดพลาดจากการประเมินมีความสัมพันธ์เชิงเส้นเทียบกับระดับสัญญาณรบกวน จากการทดลองโดยใช้ข้อมูลจริงพบว่าผลที่ได้จากการสอบเทียบโดยใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมแบบไม่เชิงเส้น (non-linear optimization) สามารถลดค่าความผิดพลาดของการสอบเทียบได้เมื่อเทียบกับการใช้เริ่มต้น หรือค่าที่ได้จากผู้ผลิต

**คำสำคัญ:** การสอบเทียบกล้อง เลนส์แบบมุมกว้าง ความผิดพลาดในปริภูมิของวัตถุ แบบจำลองแบบทั่วไป

### ABSTRACT

In this paper, a generic camera calibration technique is proposed. Namely, the proposed technique can be applied with conventional camera, wide angle and fish-eye lenses. Moreover, only the images of calibration pattern i.e. checker board taken from different poses are required. The generic backward projection model i.e. polynomial model is employed in this paper. The estimation error used in this work is measured in object (as opposed to image) space. The advantage of using object space error is that it is more meaningful than the image space error especially in the case of omnidirectional camera or wide angle lenses. The performance of the proposed camera calibration method was evaluated using both synthetic and real dataset. The synthetic dataset was generated to test the performance of the proposed camera calibration as a function of the image noise level. It is shown that the estimation error is a linear function of the noise level. The performance of the proposed method on the real dataset is evaluated in terms of the object space collinearity error. The experimental result shows that the non-linear estimation significantly improves the object space collinearity error compared with that of initial camera calibration parameters or nominal factor from manufacturers.

**KEY WORDS:** Camera calibration, wide angle lenses, object space error, generic model

## 1. บทนำ (Introduction)

การสอบเทียบกล้อง (camera calibration) ถือเป็นขั้นตอนพื้นฐานที่สำคัญในงานด้าน photogrammetry และ computer vision เพื่อใช้สำหรับการตีความภาพ (image interpretation) และการวิเคราะห์ภาพเชิงปริมาณ (quantitative analysis) โดยเฉพาะอย่างยิ่งเป้าหมายของการสอบเทียบกล้อง เชิงเรขาคณิตคือการประเมินลักษณะทางเรขาคณิตของกล้องโดยเฉพาะอย่างยิ่ง การวางตัวของภายในของกล้อง (interior orientation) ซึ่งประกอบไปด้วยพิกัดของจุดมูขยสำคัญ (principal point) และการบิดเบี้ยวทางเรขาคณิต (geometric distortion) ซึ่งการรู้ลักษณะการบิดเบี้ยวของภาพจะทำให้สามารถกำจัดความบิดเบี้ยว บนภาพได้ และ ทำให้การวิเคราะห์ภาพเชิงปริมาณ มีความถูกต้องมากขึ้น

ในปัจจุบันเลนส์ตาปลา (fisheye lens) และ เลนส์มุมกว้าง (wide angle lens) ได้รับความนิยมน้อยกว่าหลายสำหรับการใช้ในงานด้านการการรังวัดประโยชน์ของการใช้เลนส์ ดังกล่าวคือ ขอบเขตของการมองเห็น (Field Of View:FOV) ที่มากเมื่อเทียบกับกล้องธรรมดา เนื่องจากเลนส์ชนิดดังกล่าว ได้รับการออกแบบเพื่อให้ มุมมองครอบคลุมครึ่งทรงกลมอยู่หน้ากล้อง อย่างไรก็ตามข้อจำกัดคือการบิดเบี้ยวบนภาพที่มีมากกว่ากล้องธรรมดา ดังนั้นการสอบเทียบกล้องจึงเป็นสิ่งจำเป็นอย่างมากหากมีการใช้เลนส์ชนิดนี้สำหรับการรังวัด และ เก็บข้อมูล

วิธีการหนึ่งที่ใช้ในการสอบเทียบกล้องตาปลาและกล้องมุมมองกว้างคือใช้แบบจำลองของ กล้องรูเข็มร่วมกับแบบจำลองความ บิดเบี้ยวของภาพซึ่งเป็นวิธีการที่ไม่ถูกต้องนักเนื่องจาก วิธีนี้เป็นเพียงการประมาณ แบบจำลองของเลนส์ตาปลาและเลนส์มุมมองกว้างเท่านั้น เพราะวิธีการฉายภาพ (projection) ของเลนส์ชนิดนี้เป็นคนละชนิดกับของกล้องรูเข็ม (Sturm และคณะ 2011)

Micusik และ Pajdla (Micusik และ Pajdla 2003) นำเสนอ แบบจำลอง และวิธีการสอบเทียบ กล้องแบบมุมมองกว้างโดยรูปแบบการฉายเป็นฟังก์ชันไม่เชิงเส้นสองตัวแปร โดยเมื่อทำการประมาณแบบจำลองให้อยู่ในรูปแบบเชิงเส้น (linearization) วิธีการสอบเทียบจึงถูกพัฒนาหลักการ ของเงื่อนไข epipolar ซึ่งทำให้วิธีการประมาณค่า (estimation) อยู่ในรูปของ quadratic eigenvalue problem จุดเด่นของงานนี้ก็คือวิธีการคำนวณต้องการเพียงจุดระหว่างภาพและ โดยไม่อาศัยอุปกรณ์ใดๆเพิ่ม อาทิเช่น แผ่นสอบเทียบ (calibration plane)

ใน (Scaramuzza และ คณะ, 2006) Scaramuzza และคณะ นำเสนอเทคนิคที่มีสำหรับการสอบเทียบกล้อง โดยใช้ระนาบที่มีหลายตารางหมากรุกอีกทั้งยังปรับเปลี่ยนแบบจำลองของการฉายภาพที่ใช้ในการ (Micusik และ Pajdla 2003) เป็นฟังก์ชันพหุนามที่มีตัวแปรเป็นมุมระหว่างแกนแสง (optical axis) และรังสีที่ฉายเข้ามา นอกจากนี้จำนวนของภาพที่ใช้ในการสอบเทียบไม่ได้จำกัดอยู่ แค่สองภาพ ข้อเสียเปรียบของวิธีนี้ก็คือการหาค่า order ของฟังก์ชันพหุนามที่เหมาะสม

Kannala และ Brant (Kannala และ Brant 2006) ใช้แบบจำลองการฉายที่เป็นฟังก์ชันพหุนาม จุดเด่นของงานนี้ก็คือการบิดเบี้ยวเชิงรัศมี และ เชิงสัมผัสรวมอยู่ในแบบจำลองเดียวกัน นอกจากนี้ ระนาบ สอบเทียบที่ใช้ (calibration plane) จะมีหลายของจุดขาวบนพื้นสีดำ แทนการใช้หลายตารางหมากรุก ซึ่งจุด centroid ของวงกลมจะถูกนำมาใช้ในกระบวนการสอบเทียบ

ใน (Ying และ คณะ, 2006) Ying และ คณะ นำเสนอวิธีการสอบเทียบกล้อง แบบเลนส์ตาปลาโดยใช้เส้นตรงแนวคิดของงานนี้ คือการฉายกลับ (back-projection) จุดภาพออกไปยังปริภูมิสามมิติ ฟังก์ชันที่ใช้ในการประมาณ (estimation function) จึงถูกสร้างขึ้นโดยใช้ ระยะทางตั้งฉากระหว่างจุดภาพที่ถูกฉายออกมาที่ระนาบการฉาย (projection plane) ของเส้นตรงในสามมิติ

Hino และคณะ (Hino และ คณะ, 2009) เสนอวิธีการสอบเทียบกล้องที่คล้ายกับ (Ying และ คณะ, 2006) โดยใช้เส้นตรงในสามมิติสำหรับการสอบเทียบเลนส์ ตาปลาโดยแนวคิดหลักของงานนี้ก็คือภาพของเส้นตรง ในสามมิติต้องไม่เป็นมีความโค้งซึ่งมาจากคุณสมบัติของเลนส์ วิธีการสอบเทียบใช้หลักการของการปรับเส้นโค้ง (curve fitting) ด้วยวิธีวิเคราะห์แบบองค์ประกอบสำคัญ (principal component analysis)

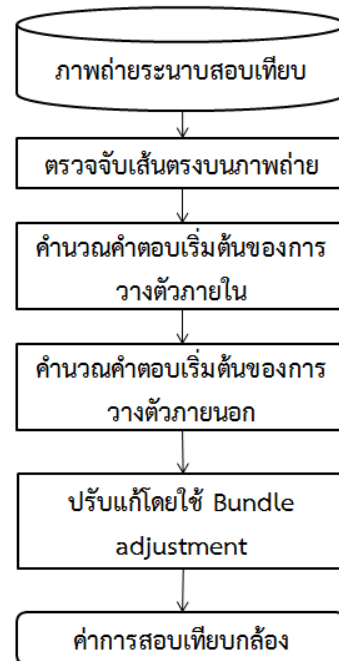
## 2. วัตถุประสงค์

วัตถุประสงค์ของบทความนี้คือการนำเสนอวิธีการสอบเทียบ เลนส์ตาปลาและมุมมองกว้างโดยใช้ เส้นตรงในสามมิติ ดังนั้นระนาบที่มีหลายตารางหมากรุก วิธีการสอบเทียบกล้องที่นำเสนอ ในบทความนี้ ใช้แบบจำลองของที่เสนอ

ใน (Micusik และ Pajdla 2003) เพราะพารามิเตอร์ของการฉายภาพมีเพียงสองตัวเท่านั้น อย่างไรก็ตามแบบจำลองของกล้องชนิดอื่นสามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้ ลำดับการนำเสนอของบทความจะเริ่มจากการกล่าวถึงแบบจำลองของกล้อง และ ขั้นตอนการสอบเทียบอธิบายไว้ในหัวข้อที่ 4 และ 5 ตามลำดับผลการทดลองแสดงในหัวข้อที่ 6 และ ผลสรุปของงานนี้จะนำเสนอในหัวข้อที่ 7

### 3. วิธีการศึกษา

ขั้นตอนการสอบเทียบกล้องเริ่มจากการบันทึกภาพระนาบสอบเทียบจากหลายมุมมอง ซึ่งภาพที่บันทึกได้จะนำมาผ่านกระบวนการตรวจจับเส้นตรงบนภาพถ่าย ค่าตอบเริ่มต้นของการวางตัวภายในสามารถคำนวณได้โดยใช้ค่าที่ได้จากการผลิต ซึ่งค่าการวางตัวภายในจะถูกนำมาใช้ในการหาค่าค่าตอบเริ่มต้นของการวางตัวภายนอกโดยใช้ร่วมกับจุดบนเส้นตรงที่ตรวจจับได้บนภาพ ซึ่งค่าตอบเริ่มต้นของการวางตัวภายนอกและภายในจะถูกนำมาปรับปรุง (refinement) โดยใช้วิธีการ bundle adjustment ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาแบบ non-linear optimization ผลที่ได้คือค่าการสอบเทียบกล้องขั้นตอนการสอบเทียบโดยสรุปแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 แสดงขั้นตอนในการสอบเทียบ

### 4. แบบจำลองของกล้อง (Camera model)

แนวคิดของวิธีการสอบเทียบกล้องที่เสนออยู่บนพื้นฐานของการลดค่าความผิดพลาด (error minimization) ในปริภูมิสามมิติแทนที่จะเป็นบนระนาบของภาพ ดังนั้นแบบจำลองของกล้องที่เหมาะสมจึงเป็นแบบ บจำลองการฉายย้อนกลับ (back-projection model) ซึ่งในบทความนี้ใช้แบบจำลองของ (Micusik และ Pajdla 2003) เนื่องจากใช้เพียง 2 พารามิเตอร์เท่านั้นในการสร้างแบบจำลองของเลนส์

เพื่อที่จะนำเสนอวิธีการที่ใช้ในการสอบเทียบกล้อง ในหัวข้อนี้ จะเริ่มจากการแปลงระบบพิกัด (coordinate system) ระหว่างระนาบภาพ (image plane) และระนาบของตัวรับรู้ (sensor plane) เช่นระนาบของ CCD โดยจุดบนระนาบภาพจะแทนด้วย  $\mathbf{u}' = (u', v')$  และ บนระนาบของตัวรับรู้คือ  $\mathbf{u}'' = (u'', v'')$  โดยใช้สมมติฐานว่าแกนแสง (optical axis) ตั้งฉากกับระนาบ CCD ดังนั้นความสัมพันธ์ของทั้งสองระบบพิกัดจึงนิยามด้วยการแปลงแบบสัมพรรค (affine transformation):

$$\mathbf{u}'' = \mathbf{A}\mathbf{u}' + \mathbf{t} \quad (1)$$

โดยที่  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  เป็นเมทริกซ์ ขนาด  $2 \times 2$  ซึ่งเป็นฟังก์ชันของการหมุน มาตราส่วน (scale) และ ความเบ้ (skewness) เวกเตอร์  $t \in \mathbb{R}^2$  แทนการเลื่อนขนาน (translation) ดังนั้นการแปลงแบบสัมพันธ์จึงเหมาะสมสำหรับการจำลองกระบวนการแบ่งนัย (Quantization) และการเสียแนว (mis-alignment) ของแกนแสงจากจุดกึ่งกลางของ CCD

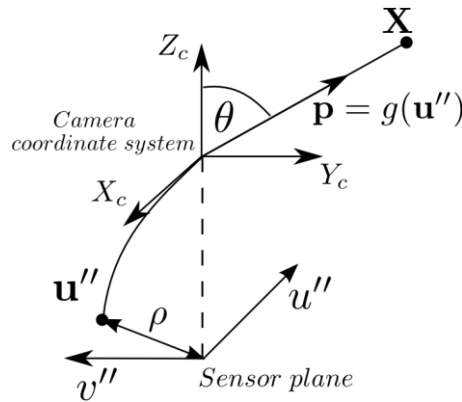
เพื่อแสดงแบบจำลองของการฉายภาพ (projection model) จุดในสามมิติจะแทนด้วยพิกัดเอกพันธ์ (homogeneous coordinates)  $X \in \mathbb{R}^4$  ซึ่งจะถูกฉายไปบนระนาบของ CCD ที่จุด  $u''$ . ใน (Micusik และ Pajdla, 2003) รูปแบบทั่วไปของการฉายภาพถูกนิยามด้วย:

$$g(u'') = p \sim PX \quad (2)$$

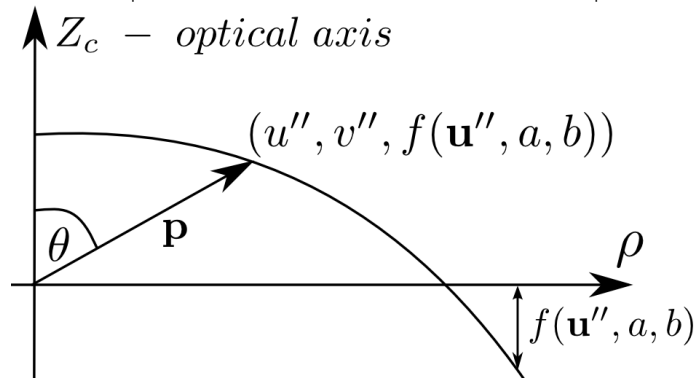
โดย  $\sim$  หมายถึงเท่ากันโดยอัตราส่วน (equality up to scale) และ  $p$  เป็นเวกเตอร์ทิศทางของรังสีฉายกลับ (back-projection ray) ที่ออกจากจุดแสง (optical center) ซึ่งก็คือจุดกำเนิดของระบบพิกัดของกล้อง (camera coordinate system) ฟังก์ชัน  $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  เป็นการส่ง (mapping) แบบไม่เชิงเส้นซึ่งส่งค่าพิกัดของจุด  $u''$  ไปสู่พิกัดในระบบของกล้อง และ  $P \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$  เป็นเมทริกซ์ของการฉายแบบทัศนมิติ (perspective projection matrix):

$$P \sim [R | T] \quad (3)$$

ซึ่งหมายความว่า เมทริกซ์ของการฉายแบบทัศนมิติ ประกอบไปด้วยการเมทริกซ์การหมุน  $R \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  และการเลื่อนขนาน  $T \in \mathbb{R}^3$  ระหว่างระบบพิกัดของกล้องและของวัตถุซึ่งในกรณีนี้คือระบบพิกัดของระนาบสอบเทียบ (calibration plane) แนวคิดหลักของแบบจำลองกล้องแบบทั่วไป (generic camera model) แสดงไว้ในรูปที่ 1 ซึ่งอธิบายว่าเมื่อทำการส่งผ่านจุด  $u''$  บนระนาบ CCD ไปสู่ระบบพิกัดของกล้องผ่านฟังก์ชันไม่เชิงเส้น  $g$  รังสีฉายกลับจะต้องทับกันสนิทกับจุด  $X$  ที่ถูกแปลงโดยเมทริกซ์ของการฉายแบบทัศนมิติตามสมการที่ 2



รูปที่ 2 การฉายย้อนกลับของจุด  $u''$  ผ่านฟังก์ชันไม่เชิงเส้น  $g$  จะทับกันสนิทกับจุด  $X$  ในระบบพิกัดของกล้อง



รูปที่ 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจุดภาพที่ถูกฉายกลับ และ ฟังก์ชัน  $f$

สมมติให้แกนแสงตั้งฉากกับระนาบของ CCD ฟังก์ชันไม่เชิงเส้น  $g$  สามารถนิยามได้ดังนี้:

$$g(u'') = g(u'', v'') = (u'', v'', f(u'', v'')) \quad (4)$$

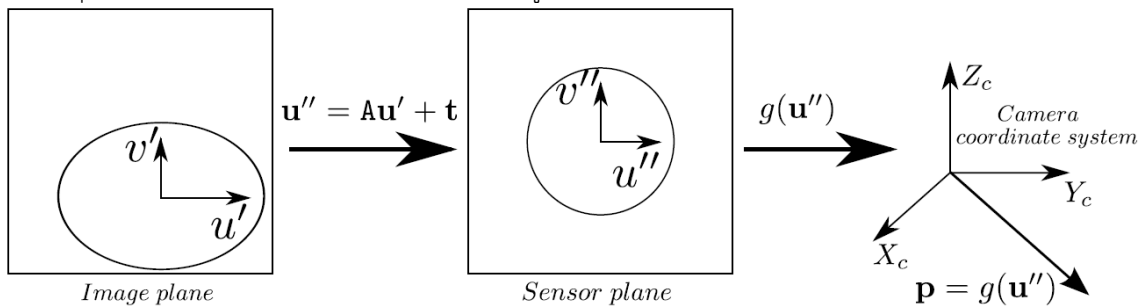
โดยที่ฟังก์ชัน  $f$  ฟังก์ชันสมมาตรตามแนวรัศมี (rationally symmetric function) เทียบกับแกนแสง โดยสมการของฟังก์ชัน  $f$  ขึ้นอยู่กับโครงสร้างของเลนส์ซึ่งโดยทั่วไปฟังก์ชัน  $f$  จะถูกนิยามให้เป็นฟังก์ชันระหว่าง  $\rho = \|u''\|$  และ  $\theta$  ซึ่งเป็นมุมระหว่างรังสีการฉายและแกนแสง จากรูปที่ 3 ดังนั้นฟังก์ชัน  $f$  สามารถนิยามได้ดังนี้  $f = \rho / \tan \theta$  ดังแสดงในรูปที่ 3 ใน (Micusik และ Pajdla, 2003) ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\rho$  และ  $\theta$  ถูกนิยามให้เป็นฟังก์ชันสองตัวแปรดังนี้:

$$\theta = \frac{a\rho}{1+b\rho^2} \quad \rho = \frac{a-\sqrt{a^2-4b\theta^2}}{2b\theta} \quad (5)$$

ดังนั้นเมื่อแทนค่าสมการ (1) และ (5) ลงในสมการ (4) ฟังก์ชัน  $g$  สามารถเขียนได้ดังนี้:

$$g(u'; A, t, a, b) = \begin{bmatrix} Au' + t \\ \frac{\|Au' + t\|}{\tan\left(\frac{a\|Au' + t\|}{1+b\|Au' + t\|^2}\right)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

ซึ่งหมายความว่าถ้ากล้องผ่านการสอบเทียบจุดภาพใดๆ จะสามารถถูกส่งผ่านไปในระบบพิกัดของกล้องได้ กระบวนการส่งผ่านจุดจากระนาบภาพไปที่ระบบพิกัดกล้องแสดงในรูปที่ 4



รูปที่ 4 การส่งผ่านจุดบนระนาบภาพไปสู่ระบบพิกัดของกล้อง

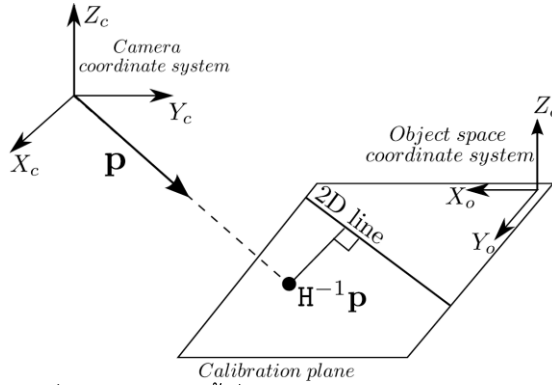
## 5. ขั้นตอนการสอบเทียบ (Calibration algorithm)

วิธีการสอบเทียบกล้องที่นำเสนอประกอบด้วยสี่ขั้นตอน ซึ่งประกอบไปด้วย การหาค่าคำตอบเริ่มต้น (initial solution) ของการแปลงแบบสัมพันธ์ การหาค่าเริ่มต้นของการบิดเบี้ยว (distortion parameter) ซึ่งผลที่ได้จากสองขั้นตอนนี้จะถูกนำมาใช้ในการหาค่าเริ่มต้นของการวางตัวภายนอก (exterior orientation) ซึ่งคำตอบเริ่มต้นของการวางตัวภายนอกและภายในจะถูกนำมาปรับแก้ผ่านวิธี การกำลังสองน้อยสุด (Least square) โดยสมการวัดถูประสงค์คือเงื่อนไขเชิงเรขาคณิต โดยในหัวข้อนี้จะเริ่มจากการกล่าวถึงเงื่อนไขเชิงเรขาคณิต และการหาค่าคำตอบเริ่มต้นของการวางตัวภายนอกและภายใน โดยการปรับแก้คำตอบเริ่มต้นผ่านกระบวนการหาค่าเหมาะสมแบบไม่เชิงเส้นจะถูกนำเสนอในตอนสุดท้ายของหัวข้อนี้

### 5.1 เงื่อนไขเชิงเรขาคณิต (Geometric constraint)

เงื่อนไขเชิงเรขาคณิตที่ใช้ในบทความนี้คือการรักษาความทับกันสนิท (preservation of coincidence) ระหว่างจุดและเส้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งบนระนาบสอบเทียบ (calibration plane) ตามทฤษฎีของการฉายเชิงศูนย์กลาง (central projection) ถ้าจุดและเส้นทับกันสนิทบนระนาบสอบเทียบ ภาพฉายของจุดและเส้นดังกล่าว ยังคงทับกันสนิทบนระนาบของภาพสำหรับการฉายจุดซึ่งอยู่บนเส้นตรงกลับไปบนระนาบสอบเทียบ จุดดังกล่าวยังคงทับสนิทกับเส้นตรงบนระนาบสอบเทียบ

แนวคิดของเงื่อนไขเชิงเรขาคณิตแสดงไว้ในรูปที่ 5 จุดภาพถูกฉายกลับผ่านแบบจำลองการฉายกลับของกล้องรังสีของการฉายที่มีทิศทางเป็นเวกเตอร์  $p$  ตัดกับระนาบสอบเทียบที่จุด  $H^{-1}p$  บนระนาบ ถ้าจุดบนภาพอยู่บนภาพของเส้นตรง จุดตัด  $H^{-1}p$  จะต้องทับกันสนิทกับเส้นตรงบนระนาบสอบเทียบแนวคิดนี้จะถูกนำมาใช้ในการหาค่าตอบเริ่มต้นของพารามิเตอร์การวางตัวภายนอกและการวางตัวภายใน แล้วรวมไปถึงการหาค่าเหมาะสมแบบไม่เชิงเส้นเพื่อปรับปรุงค่าคำตอบเริ่มต้น



รูปที่ 5 แสดงเงื่อนไขเชิงเรขาคณิตที่ใช้ในการศึกษานี้ ซึ่งอยู่บนคุณสมบัติของการทับกันสนิระหว่างจุดและเส้นผ่าน การฉายเชิงศูนย์กลาง

## 5.2 ค่าคำตอบเริ่มต้นของพารามิเตอร์การวางตัวภายใน (Interior orientation parameter initialization)

การค่าคำตอบเริ่มต้นของการวางตัวภายในประกอบไปด้วยการหาค่าคำตอบเริ่มต้นของการแปลงสัมพรรค และความผิดเพี้ยนของเลนส์โดยใน หัวข้อนี้จะเริ่มจากการหาค่าเริ่มต้นของการแปลงสัมพรรคและความผิดเพี้ยนของเลนส์

### 5.2.1 พารามิเตอร์ของการแปลงสัมพรรค (Affine transformation parameters)

ค่าคำตอบเริ่มต้นสำหรับพารามิเตอร์การเปลี่ยนแปลงแบบ สัมพรรคสามารถหาได้จากค่าที่ระบุโดย ผู้ผลิตเลนส์ เช่น ขนาดของตาราง CCD เมทริกซ์ ค่าเริ่มต้นของการแปลงสัมพรรคจึงสามารถคำนวณได้โดยกำหนดให้:

$$A = \begin{bmatrix} m_x & 0 \\ 0 & m_y \end{bmatrix} \quad (7)$$

ซึ่งในความสมการข้างต้นได้ยกเว้นค่าความเบ้เพื่อความง่ายต่อการคำนวณ ดังนั้นขนาดของตาราง CCD เช่น 5 ไมโครเมตร สามารถใช้เป็นค่าเริ่มต้นของ  $m_x$  และ  $m_y$  ค่าเริ่มต้นของการเลื่อนสามารถคำนวณได้โดยใช้จุดศูนย์กลางของภาพถ่าย:

$$t = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \approx - \begin{bmatrix} m_x u_0 \\ m_y v_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

โดยที่  $(u_0, v_0)$  เป็นจุดศูนย์กลางของภาพถ่าย

### 5.2.2 พารามิเตอร์ของการผิดเพี้ยน (Camera distortion parameters)

ค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์การผิดเพี้ยนสามารถกำหนดให้  $b = 0$  ดังนั้นจากสมการ 5 ค่าเริ่มต้นของ  $a$  สามารถคำนวณได้จาก  $a = \theta/\rho$  ดังนั้นค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์การผิดเพี้ยนสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$a \approx \frac{\theta_{max}}{R} \quad b \approx 0 \quad (9)$$

โดยที่  $\theta_{max}$  คือมุมมองสูงสุดซึ่งสามารถคำนวณได้จากมุมมองของเลนส์ (field of view) และ  $R$  คือรัศมีวงกลมของมุมมอง (view field circle) รัศมี  $R$  สามารถคำนวณได้โดยคำนวณหา รัศมีของขอบภาพ  $R'$  แล้วทำการปรับอัตราส่วนให้เป็นปริมาณทางกายภาพตามความสัมพันธ์  $R = m_x R'$

สำหรับเลนส์ที่มี ขนาดมุมมองไม่มาก เช่น กล้องรูเข็ม รัศมีของขอบภาพอาจไม่สามารถคำนวณได้คำตอบเริ่มต้นสำหรับพารามิเตอร์ ความผิดเพี้ยนสามารถคำนวณได้โดย ใช้การฉาย แบบ equidistance (Kannala และ Brant, 2006)  $p = f_c \theta$  โดยที่  $f_c$  คือความยาวโฟกัส ที่ได้จากผู้ผลิต ดังนั้นการประมาณคำตอบเริ่มต้นสำหรับตัวแปร  $a$  และ  $b$  ของเลนส์ที่มีขนาดมุมมองไม่มากสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$a = \frac{1}{f_c} \quad b = 0 \quad (10)$$

### 5.3 ค่าเริ่มต้นของการวางตัวภายนอก (Exterior orientation parameter initialization)

เมื่อคำนวณค่าตอบ เริ่มต้น ของพารามิเตอร์การ วางตัว ภายในแล้ว ค่าตอบที่ได้จะถูกนำมาใช้ในการฉาย จุดภาพกลับไปสู่ระบบพิกัดกล้อง เนื่องจากการฉายภาพเป็นแบบเชิงศูนย์กลางจึงมี homography แบบระนาบระหว่าง จุดภาพที่ถูกฉายกลับออกมาในระบบพิกัดกล้อง กับ ระนาบสอบเทียบ

$$\tilde{\mathbf{u}} \sim \mathbf{H}^{-1} \mathbf{p} \quad (11)$$

โดยที่  $\tilde{\mathbf{u}}$  เป็นจุดในระนาบการสอบเทียบ  $\mathbf{p}$  คือจุดภาพที่ถูกฉายกลับมาที่ระบบพิกัดกล้อง และ  $\mathbf{H}$  คือ homography ที่ใช้ ส่งผ่านจุดบนระนาบสอบเทียบมาที่ระบบพิกัดกล้อง เพื่อทำการประเมิน homography ในบทความ ในบทความนี้ใช้ คุณสมบัติการทับกันสนิท ระหว่างเส้น ตรงบนระนาบสอบเทียบและจุดภาพ ที่ถูกส่งผ่านไป บนระนาบสอบเทียบผ่าน homography

กำหนดให้  $\mathbf{I}$  เป็นเส้นตรงบนระนาบสอบเทียบการทับกันสนิทระหว่างเส้นตรงบนระนาบสอบเทียบกับจุดภาพ ที่ถูกส่งผ่านไปบนระนาบการสอบเทียบสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{I}^T \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{I}^T \mathbf{H}^{-1} \mathbf{p} = (\mathbf{p}^T \otimes \mathbf{I}^T) \text{vec}(\mathbf{H}^{-1}) = 0 \quad (12)$$

โดยที่  $\otimes$  เป็นผลคูณ Kronecker (Kronecker product) และ  $\text{vec}()$  เป็นตัวดำเนินการ vec ซึ่งค่าตอบ  $\mathbf{H}$  ของสมการข้างต้นสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธีการแยกค่าเดี่ยว (Singular value decomposition: SVD) หลังจากหาค่าตอบ homography  $\mathbf{H}$  ได้แล้วขั้นตอนต่อมาคือการสกัดเมทริกซ์การหมุน และ เวกเตอร์การเลื่อนออกมาจาก homography  $\mathbf{H}$  โดยใช้ความสัมพันธ์

$$\mathbf{H} = \lambda [\mathbf{r}^1 \mathbf{r}^2 \quad \mathbf{T}] \quad (13)$$

โดยที่  $\mathbf{r}^i$  คือหลักที่  $i$  ของเมทริกซ์การหมุน ดังนั้นเมทริกซ์การหมุนสามารถสกัดออกมาจาก homography  $\mathbf{H}$  ได้ดังนี้

$$\mathbf{r}^1 = \lambda \mathbf{h}^1, \quad \mathbf{r}^2 = \lambda \mathbf{h}^2, \quad \mathbf{r}^3 = \mathbf{r}^1 \times \mathbf{r}^2, \quad \mathbf{T} = \lambda \mathbf{h}^3 \quad (14)$$

โดยที่  $\lambda = \text{sign}(\mathbf{H}^{3,3}) / \|\mathbf{h}^1\|$  และ  $\mathbf{h}^i$  เป็นคอลัมน์ที่  $i$  ใดๆก็ตามที่เมทริกซ์การหมุนที่ได้ยังไม่สามารถนำมาใช้ได้ เนื่องจากไม่สอดคล้องกับคุณสมบัติของเมทริกซ์ตั้งฉาก (orthogonal matrix) ที่ระบุไว้ว่า  $\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1}$  และ  $\det(\mathbf{R}) = 1$  เพื่อแก้ไขปัญหานี้จึงใช้วิธีการ SVD โดยให้การแยกตัวประกอบ SVD ของเมทริกซ์การหมุนคือ  $\mathbf{R} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T$  เมทริกซ์การหมุนที่สอดคล้องกับเงื่อนไขเมทริกซ์ตั้งฉากจึงสามารถคำนวณได้ดังนี้ (Gramkow, 2001):

$$\mathbf{R} = \mathbf{U} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \det(\mathbf{U}) \det(\mathbf{V}) \end{bmatrix} \mathbf{V}^T \quad (15)$$

### 5.4 การหาค่าเหมาะสมแบบไม่เชิงเส้น (non-linear optimization)

เมื่อสามารถคำนวณค่าตอบเริ่มต้นของพารามิเตอร์การวางตัว ภายในและภายนอกแล้วค่าตอบที่ได้ถูกนำมา ปรับแก้โดยใช้วิธีการหาค่าเหมาะสมแบบไม่เชิงเส้น ซึ่งในงานวิจัยนี้ ฟังก์ชัน เป้าหมาย (objective function) คือ ระยะทางตั้งฉากระหว่างเส้นตรงบนระนาบสอบเทียบ และ จุดบนภาพที่ถูกส่งผ่านมาบนระนาบสอบเทียบซึ่งสามารถ แสดงได้โดยสมการ

$$\text{ระยะทางตั้งฉาก} = \frac{\mathbf{I}^T \mathbf{H}^{-1} \mathbf{p}}{(\mathbf{D}_1 \mathbf{H}^{-1} \mathbf{p}) \|\mathbf{D}_2\|} \quad (16)$$

โดยที่  $\|\cdot\|_2$  เป็น 2-norm ของเวกเตอร์และเมทริกซ์  $\mathbf{D}_1$  และ  $\mathbf{D}_2$  ถูกนิยามโดย

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

การหาค่าตอบที่เหมาะสมจากฟังก์ชันเป้าหมายสามารถคำนวณได้โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยสุด ซึ่ง อัลกอริทึมที่ใช้ในการ แก้ปัญหา คือวิธีการของ Levenberg-Marquardt พารามิเตอร์ ของการ วางตัว ภายในเป็นตัวแปรแบบ สเกลาร์และการ เลื่อนของกล้องจะเป็นตัวแปรแบบเวกเตอร์ สำหรับ ตัวแปรเพื่อแสดงเมทริกซ์ การหมุนมีความซับซ้อนมาก ตัวแปรชนิดอื่น เนื่องจากการสร้างตัวแปรสำหรับแสดงเมทริกซ์การหมุนมีหลายวิธีและบางวิธีต้องเพิ่มเงื่อนไข ฟังก์ชันเป้าหมาย เพื่อให้ได้ค่าตอบที่สอดคล้องกับคุณสมบัติตั้งฉากของเมทริกซ์การหมุน ในบทความนี้ใช้วิธีที่นำเสนอ เมทริกซ์การหมุน แบบ local perturbation ซึ่งไม่ต้องใช้เงื่อนไขใดๆเพิ่มเติม (Triggs, et al., 2000)

## 6. ผลการทดลอง

เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของวิธีการสอบเทียบกล้องที่นำเสนอ ข้อมูลทั้งแบบสังเคราะห์ และข้อมูลจริง ได้ถูกนำมาใช้ในการประเมินประสิทธิภาพของวิธีการสอบเทียบกล้องที่เสนอทั้งสองเส้นโค้งอีกครั้ง และข้อผิดพลาดกลับมาฉายจะมีการรายงาน

### 6.1 ข้อมูลสังเคราะห์ (Simulated data)

ข้อมูลสังเคราะห์ถูกสร้างขึ้นมาโดยกำหนดให้ขนาดของกริด CCD คือ 1ไมโครเมตร ความละเอียดของภาพ [พิกเซล] คือ 640X720 พารามิเตอร์  $\mathbf{a}$  และ  $\mathbf{b}$  ถูกตั้งให้เป็น 3.5 และ -0.2 ตามลำดับ บนระนาบสอบเทียบมีเส้นตรง 14 เส้น ตำแหน่งของ กล้อง ถูกกำหนด ขึ้นแบบสุ่ม ด้วยเงื่อนไขที่ว่าระนาบสอบเทียบต้องอยู่ ด้านหน้าของกล้อง เสมอจุดจำนวน 10 จุดถูกสุ่มออกมาจากภาพฉายของเส้นตรงแต่ละเส้นเพื่อนำมาใช้ในการสอบเทียบกล้อง

เพื่อประเมินประสิทธิภาพของวิธีการที่นำเสนอ เทียบกับสัญญาณรบกวนบนภาพถ่าย จุดภาพที่สุ่มมาจะถูก รบกวนด้วยสัญญาณรบกวนแบบ Gaussian ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น ศูนย์และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน  $\sigma$  ซึ่งอยู่ในช่วง 0.5-2 พิกเซล สำหรับ แต่ละ ระดับ สัญญาณรบกวน การทดลองจะถูกทำซ้ำ 200 ครั้งและ ค่าความผิดพลาดจากการประเมิน ค่าพารามิเตอร์การวางตัวภายในและภายนอก ของแต่ละระดับของสัญญาณ รบกวนสามารถคำนวณได้โดยใช้ค่าเฉลี่ย ของความผิดพลาดจากการทดลอง 200 ครั้ง

เพื่อแสดงประสิทธิภาพเชิงปริมาณของวิธีการสอบเทียบที่นำเสนอจะใช้ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณ จะถูกนำมาเทียบกับพารามิเตอร์ที่ใช้ในการสังเคราะห์ข้อมูล (ground truth) โดยใช้ค่าความผิดพลาดแบบฉายซ้ำ (re-projection error):

$$\text{reprojection error} = \frac{1}{\sum_{j=1}^L N_j} \sum_{j=1}^L \left( \sum_{i=1}^{N_j} \| \mathbf{u}'_i - \mathbf{g}^{-1}(\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{u}'_i)) \| \right) \quad (18)$$

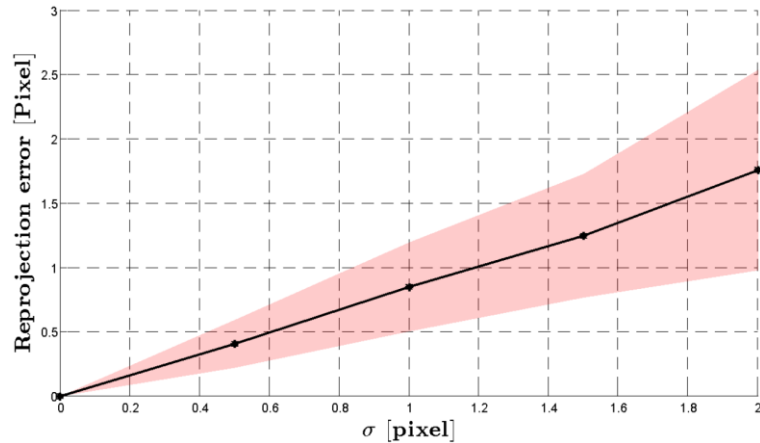
โดยที่  $\hat{\mathbf{g}}$  เป็นพารามิเตอร์การวางตัวภายในของกล้องที่ประมาณได้  $\mathbf{g}$  เป็นพารามิเตอร์ที่ใช้ในการสร้างข้อมูลสังเคราะห์  $N_j$  คือจำนวนจุดบนภาพถ่ายของการทดลองที่  $j$  และ  $L$  คือจำนวนของการทดลองในแต่ละระดับสัญญาณรบกวน ค่าความผิดพลาดจากการประเมินที่เป็นฟังก์ชันของระดับสัญญาณรบกวน  $\sigma$  แสดงรูปที่ 6 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการเพิ่มขึ้นของ ค่าความผิดพลาดเป็นเชิงเส้น

### 6.2 ข้อมูลจริง (Real dataset)

ในการทดลอง วิธีการสอบเทียบกล้องที่นำเสนอ ยังถูกนำมาใช้กับข้อมูล จริง ชุดข้อมูลที่ โดยกล้องที่ใช้ในการทดลองคือ กล้อง Ladybug 3 และ กล้อง Fireflyของบริษัท PointGrey ที่ติดตั้งเลนส์ตาปลา Fujinon YV กล้อง Ladybug3มีขนาดพิกเซล 4.4ไมโครเมตรและความยาวโฟกัส คือ 3.3 มิลลิเมตร FOV ของเลนส์Fujinonอยู่ที่ประมาณ 180 องศาและขนาดพิกเซลของกล้องFirefly คือ6ไมโครเมตร

คำตอบเริ่มต้นสำหรับพารามิเตอร์การวางตัวภายใน สามารถคำนวณได้โดยใช้ข้อมูลจากผู้ผลิต ซึ่งประกอบไปด้วยขนาดพิกเซลของCCD และความยาวโฟกัส สำหรับกล้อง Ladybug 3ภาพจำนวน 11 ภาพ ถูกนำมาใช้ในการสอบเทียบ ในขณะที่กล้อง Firefly ใช้ภาพจำนวน 28 ภาพ จุดบนภาพของเส้นตรงถูกสุ่มเก็บตัวอย่างและใช้สำหรับการสอบเทียบ





รูปที่ 6 ค่าความผิดพลาดแบบฉายซ้ำเทียบกับระดับของสัญญาณรบกวน พื้นที่สีแดงแสดงถึงส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความผิดพลาด

ในการทดลองกับข้อมูลจริงประสิทธิภาพของวิธีการที่นำเสนอถูกวัดโดยความผิดพลาดแบบจุด (point based error) ซึ่งเป็นระยะห่างระหว่างจุดบนระนาบสอบเทียบ และ จุดภาพที่ถูกส่งผ่านไปยังระนาบสอบเทียบ:

$$\text{point based error} = d(\mathbf{\tilde{u}}, \mathbf{H}^{-1}\mathbf{p}) \quad (19)$$

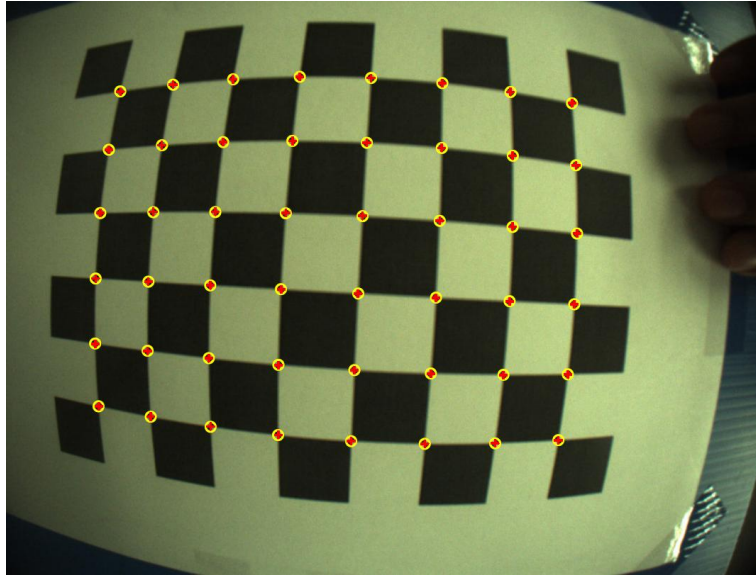
โดยที่  $d$  ระยะทาง Euclidean ระหว่างจุดสองจุดและ  $\mathbf{\tilde{u}}$  คือจุดบนระนาบสอบเทียบที่มีภาพฉาย  $\mathbf{p}$  โดยในการทดลองนี้ จุด  $\mathbf{\tilde{u}}$  คือมุมตารางหมากกรุกบนระนาบสอบเทียบ จุด  $\mathbf{p}$  คือจุดภาพของมุมตารางหมากกรุกโดยผลการทดลองแสดงไว้ในตารางที่ 1 และ 2 ซึ่งจากผลการทดลองแสดงถึงค่าความผิดพลาดแบบจุดที่ได้จากคำตอบเริ่มต้นและจากวิธีการประมาณแบบไม่เชิงเส้น จะเห็นว่าค่าความผิดพลาดที่ได้จากวิธีประมาณค่าแบบไม่เชิงเส้นมีค่าน้อยกว่าความผิดพลาดจากคำตอบเริ่มต้นในรูปที่ 7 และ 8 แสดงการฉายจุดมุมของตารางหมากกรุกกลับมาที่ภาพถ่ายโดยใช้ค่าพารามิเตอร์การวางตัวภายนอกและภายในที่ประมาณได้จากวิธีการที่นำเสนอ ในรูปที่ 9 แสดงการฉายเส้นของตารางหมากกรุกกลับมาบนภาพถ่าย

ตารางที่ 1 ค่าความผิดพลาดแบบจุดจากคำตอบเริ่มต้นและคำตอบจากวิธีหาค่าเหมาะสมแบบไม่เชิงเส้น (Non-linear optimization) โดยใช้ภาพถ่ายจากกล้อง Firefly และเลนส์ Fujinon YV

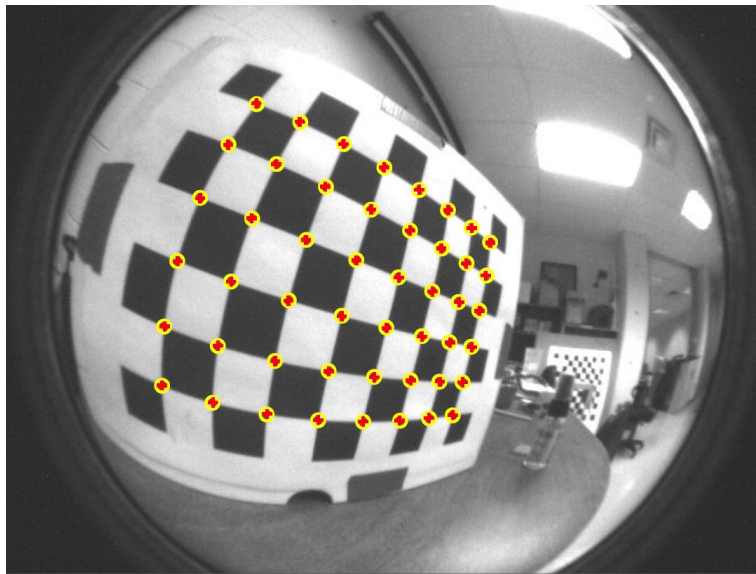
	คำตอบเริ่มต้น	คำตอบจากวิธีหาค่าเหมาะสมแบบไม่เชิงเส้น (Non-linear optimization)
RMS [มิลลิเมตร]	1.68	0.08
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน [มิลลิเมตร]	1.04	0.04

ตารางที่ 2 ค่าความผิดพลาดแบบจุด จากคำตอบเริ่มต้นและคำตอบจากวิธีหาค่าเหมาะสมแบบไม่เชิงเส้น (Non-linear optimization) โดยใช้ภาพถ่ายจากกล้อง Ladybug 3

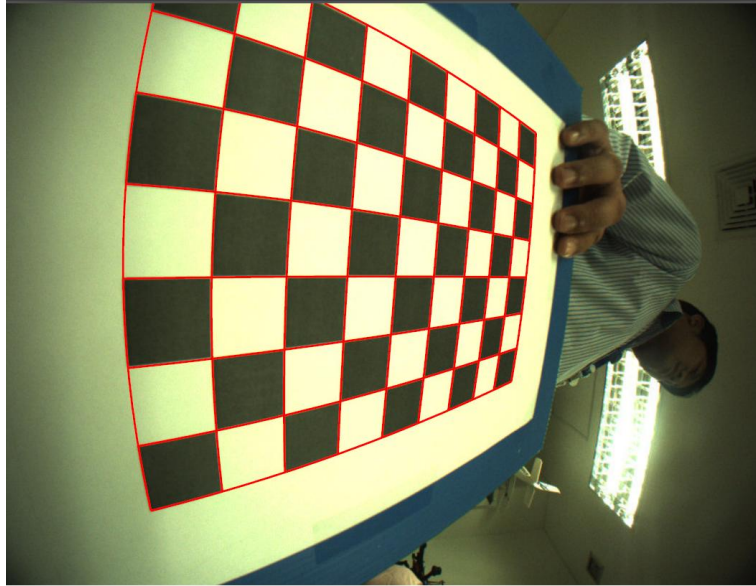
	คำตอบเริ่มต้น	คำตอบจากวิธีหาค่าเหมาะสมแบบไม่เชิงเส้น (Non-linear optimization)
RMS [มิลลิเมตร]	3.01	0.04
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน [มิลลิเมตร]	2.14	0.25



รูปที่ 7 แสดงการฉายจุดมุมของตารางหมากรุกกลับที่ภาพถ่ายจากกล้อง Ladybug 3 โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ของกล้องที่ประมาณได้ โดยวงกลมสีเหลืองคือมุมของตารางหมากรุก และ กากบาทสีแดงคือมุมของตารางหมากรุกที่ถูกฉายมาบนภาพถ่าย



รูปที่ 8 แสดงการฉายจุดมุมของตารางหมากรุกกลับที่ภาพถ่ายจากกล้อง Firefly และ เลนส์ Fujinon YV โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ของกล้องที่ประมาณได้ โดยวงกลมสีเหลืองคือมุมของตารางหมากรุก และ กากบาทสีแดงคือมุมของตารางหมากรุกที่ถูกฉายมาบนภาพถ่าย



รูปที่ 9 แสดงภาพของเส้นตรงบนตารางหมากรุกที่ถูกฉายกลับมาที่ภาพจากกล้อง Ladybug 3 โดยเส้นตรงที่ถูกฉายกลับมาไม่มีสีแดง

#### 7.สรุป วิจารณ์ผล ข้อเสนอแนะ

บทความนี้นำเสนอวิธีการใหม่ในการสอบเทียบกล้องแบบตาปลา หรือ มุมกว้าง โดยข้อมูลที่ใช้คือภาพถ่ายของระนาบสอบเทียบซึ่งมีลวดลายของเส้นตรง หลักการทำงานคือการทำหาค่าความผิดพลาดในปริภูมิของวัตถุที่ค่าน้อยที่สุด ซึ่งในบทความนี้ค่าความผิดพลาดในปริภูมิของวัตถุคือระยะทางระหว่างเส้นตรงที่อยู่บนระนาบสอบเทียบ และ จุดบนภาพถ่ายที่ถูกฉายย้อนกลับลงไปบนระนาบสอบเทียบ ประสิทธิภาพของวิธีการที่พัฒนาขึ้นถูกทดสอบโดยใช้ข้อมูลสังเคราะห์ และ ข้อมูลจริง ผลการทดลองถูกแสดงในทั้งเชิงคุณภาพ และ เชิงปริมาณ ซึ่งจากผลการทดลองพบว่าการคำนวณค่าการสอบเทียบโดยใช้ non-linear optimization สามารถเพิ่มความถูกต้องของค่าการสอบเทียบที่ได้จากการคำนวณโดยใช้ Linear optimization

#### อ้างอิง

- Bakstein, H. and Pajdla, T., 2002. Panoramic mosaicing with a 180 deg; field of view lens. In: Omnidirectional Vision, 2002. Proceedings. Third Workshop on, pp. 60–67.
- Gramkow, C., 2001. On averaging rotations. Journal of Mathematical Imaging and Vision 15(1-2), pp. 7–16.
- Hino, H., Usami, Y., Fujiki, J., Akaho, S. and Murata, N., 2009. Calibration of radially symmetric distortion by fitting principal component. In: X. Jiang and N. Petkov (eds), Computer Analysis of Images and Patterns, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5702, pp. 149–156.
- Kannala, J. and Brandt, S. S., 2006. A generic camera model and calibration method for conventional, wide-angle, and fish-eye lenses. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 28(8), pp. 1335–1340.
- Kumler, J. J. and Bauer, M. L., 2000. Fish-eye lens designs and their relative performance.

- Miřcuřík, B. and Pajdla, T., 2003. Estimation of omnidirectional camera model from epipolar geometry. In: Computer Vision and Pattern Recognition, 2003. Proceedings. 2003 IEEE Computer Society Conference on, Vol. 1, pp. I-485-I-490 vol.1.
- Scaramuzza, D., Martinelli, A. and Siegwart, R., 2006. A flexible technique for accurate omnidirectional camera calibration and structure from motion. In: Computer Vision Systems, 2006 ICVS'06. IEEE International Conference on, pp. 45-45.
- Sturm, P., Ramalingam, S., Tardif, J.-P., Gasparini, S. and Barreto, J. a., 2011. Camera models and fundamental concepts used in geometric computer vision. *Found. Trends. Comput. Graph. Vis.* 6(1&#8211;2), pp. 1-183.
- Triggs, B., McLauchlan, P. F., Hartley, R. I. and Fitzgibbon, A. W., 2000. Bundle adjustment a modern synthesis. In: *Vision Algorithms: Theory and Practice*, Vol. 1883, pp. 298-372.
- Ying, X., Hu, Z. and Zha, H., 2006. Fisheye lenses calibration using straight-line spherical perspective projection constraint. In: *Computer Vision ACCV 2006, Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 3852, pp. 61-70.